

**PROVA DE INGRESSO PARA AVALIAÇÃO DE CAPACIDADE PARA FREQUÊNCIA DO ENSINO
SUPERIOR DOS MAIORES DE 23 ANOS**

Faculdade de Economia (FE)
Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT)
Instituto Superior de Engenharia (ISE)

2020/2021

Componente Específica de Matemática para o Ingresso nos cursos de Licenciatura em Engenharia Civil (ISE), Engenharia Eléctrica e Electrónica (ISE), Engenharia Mecânica (ISE), Engenharia Alimentar (ISE), Gestão Marinha e Costeira (FCT), Engenharia Informática (FCT), Bioengenharia (FCT), Economia (FE) e Gestão de Empresas (FE), e nos cursos de TeSP em Segurança e Higiene Alimentar (ISE), Instalações Eléctricas Domóticas e Automação (ISE), Programação de Dispositivos para a Internet (ISE) Sistemas e Tecnologias de Informação (ISE), Desenho e Modelação Digital (ISE), Tecnologia e Manutenção Automóvel (ISE) e Manutenção e Reabilitação de Edifícios e Infraestruturas (ISE).

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

Os candidatos aos cursos de Economia e de Gestão de Empresas devem responder ao grupo IV e não respondem ao grupo III. Os outros candidatos podem escolher entre os grupos III e IV e responder só a um deles. Se apresentar respostas aos dois grupos, independentemente das cotações parciais, apenas serão cotadas as respostas às questões do grupo III.

Não é permitido o uso de quaisquer tipo de equipamento eletrónico ou informático.

As cotações das perguntas são fornecidas na página 7 deste enunciado.

O formulário encontra-se nas páginas 8 e 9.

O exame consta de perguntas abertas, fechadas e de escolha múltipla que deverão ser todas respondidas na folha de respostas.

Nas perguntas abertas devem ser apresentados todos os cálculos efetuados.

Nas perguntas fechadas devem transcrever-se para a folha de respostas todas as frases depois de completadas de modo a obter proposições verdadeiras.

Nas perguntas de escolha múltipla deve transcrever-se para a folha de respostas apenas uma das opções A,B,C,D, E, ou F, conforme o caso.

São perguntas abertas: 2; 3; 4; 5; 8; 9; 10;13;14;16; 17;18. São perguntas fechadas: 1; 7.
São perguntas de escolha múltipla: 6;11;12;15.

Nas perguntas de escolha múltipla, cada resposta errada desconta 25% do valor da pergunta.

Nas perguntas abertas e fechadas não há descontos.

GRUPO I

1. Complete com os símbolos $>$, $<$, $=$

(a) $\frac{3}{4} \dots\dots \frac{2}{5}$

(b) $-\frac{1}{2} \dots\dots -\frac{3}{6}$

(c) $2^2 \dots\dots \frac{(-2)^6}{(-2)^2}$

(d) $\frac{3}{2^{-3}} \dots\dots 5^2$

(e) $\sqrt[4]{16} \dots\dots \frac{\sqrt{16}}{2}$

(f) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \dots\dots \frac{1}{5}$

2. Calcule o valor da expressão

$$\frac{1}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}$$

3. Simplifique o mais possível a expressão

$$\frac{9}{x-6} + \frac{2}{x+6} - \frac{3x+90}{x^2-36}$$

4. Resolva a equação

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{x+1}{9} = \frac{3x-5}{6} + \frac{4}{9}$$

5. Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 6\}; B = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 2 \wedge x < 0\}; C = \{-6, -2, 2, 6\}.$$

Represente:

(a) O conjunto B

(b) O conjunto $A \cap B$

(c) O conjunto $B \setminus C$

GRUPO II

6. Considere a função real de variável real $f(x) = 2 \ln(3x - 1) + 5$. A função inversa da função f é:

A $g(x) = \frac{1}{2 \ln(3x - 1) + 5}$

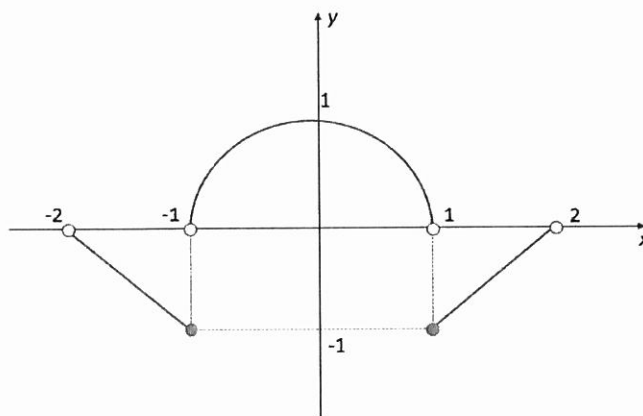
B $g(x) = \frac{1 + e^{2x - 10}}{3}$

C $g(x) = 3 + 3e^{\frac{x - 5}{2}}$

D $g(x) = \frac{1 + e^{\frac{x - 5}{2}}}{3}$

E $g(x) = 2 \ln\left(\frac{3}{x} - 1\right) + 5$

7. Considere a função $f: A \rightarrow B$ representada graficamente por:



- (a) O domínio de f é o conjunto $A = \dots\dots\dots$
e o contradomínio é o conjunto $B = \dots\dots\dots$;
- (b) $f(-1) = \dots\dots\dots$ e $\{x \in \mathbb{R}: f(x) = -1\} = \{\dots\dots\dots\}$;
- (c) O máximo de f é $\dots\dots\dots$ para o maximizante $\dots\dots\dots$;
- (d) Sobre o seu domínio, f é uma função $\dots\dots\dots$ (injetiva / não injetiva);
- (e) No intervalo $] -1, 0[$, f é uma função $\dots\dots\dots$
(não monótona/monótona) (crescente/decrescente) (em sentido estrito/em sentido lato)

8. Sabendo que -1 e 2 são raízes do polinômio

$$p(x) = x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 26x - 24$$

escreva uma fatorização de p .

9. Calcule a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = 2x^2 - 1$ no ponto de abscissa -1 .

10. Considere a função $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 45x + 1$. Calcule e classifique o(s) extremo(s) local(ais) de f .

11. A soma de todos os múltiplos de 3, até 150 é:

- A 3822
- B 3825
- C 3828
- D 3831
- E 3834

12. O domínio da função $f(x) = \frac{\sqrt{4-2x}}{x^2-9}$ é:

- A $D_f =]-\infty, 2] \setminus \{-3\}$
- B $D_f = [2, +\infty[\setminus \{3\}$
- C $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$
- D $D_f =]-\infty, 2[\setminus \{-3\}$
- E $D_f =]2, +\infty[\setminus \{3\}$

13. Calcule $\tan a$ sabendo que $\cos a = \frac{5}{13}$ e que a pertence ao 4º quadrante.

14. O *kitesurf*, é um desporto aquático em que se usa uma prancha e uma asa (semelhante a um paraquedas) comandada através de cabos.

A figura abaixo é um esquema da situação em que um praticante se encontrava, num instante em que estava elevado em relação à superfície da água.

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

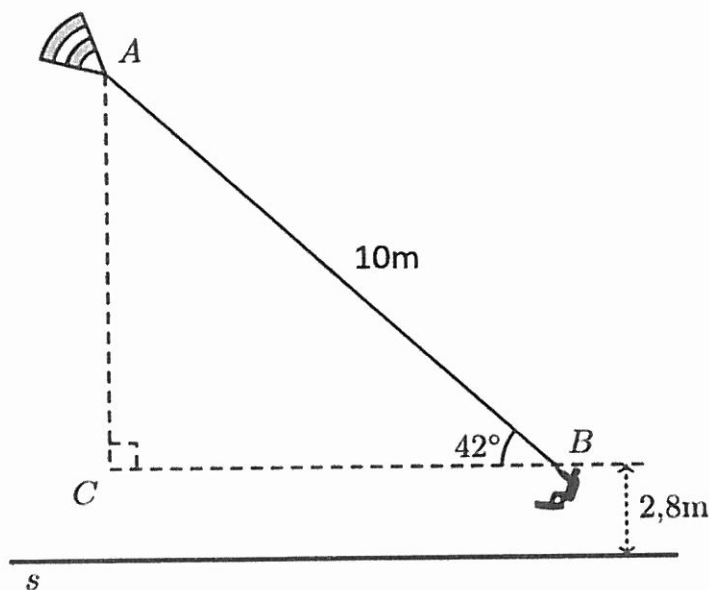
- a reta s representa a superfície da água;
- o segmento de reta $[AB]$ representa um dos cabos que liga a asa ao praticante;
- as retas BC e s são paralelas;
- a distância do ponto B à reta s é $2,8\text{ m}$;
- $\overline{AB} = 10\text{ m}$;
- $\hat{A}BC = 42^\circ$ e $\hat{B}CA = 90^\circ$.

O esquema não está desenhado á escala.

Determine a distância da asa à superfície da água, na situação representada na figura, ou seja, a distância do ponto A à reta s .

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas. Se realizar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.



15. Seja θ um número real. Sabendo que θ é uma solução da equação $\tan x = 2$, qual dos seguintes números é uma solução da equação $\tan x = -2$?

A $\frac{\pi}{2} - \theta$

B $\theta + 2\pi$

C $\theta + \pi$

D $\theta - 2\pi$

E $\pi - \theta$

16. A evolução do preço (€) em bolsa de uma ação é modelada pela função

$$p(x) = 4.25 \operatorname{sen}\left(\frac{(x+4)\pi}{20}\right) + 10.31$$

onde $p(x)$ representa o preço no dia x . Calcule o preço máximo e mínimo da ação no período de 30 dias, ou seja, quando $x \in [1, 30]$.

GRUPO IV

17. A tabela abaixo indica a idade de uma amostra de pacientes com hipertensão arterial:

Idade	Nº de pacientes
]20,30]	2
]30,40]	10
]40,50]	10
]50,60]	10
]60,70]	8

- (a) Construa a tabela de frequências.
(b) Qual é a média de idade dos pacientes?
(c) Construa o histograma de frequências absolutas e o polígono de frequências absolutas.

18. Considere a experiência aleatória que consiste em calcular a soma dos números, no lançamento de dois dados equilibrados.

- (a) Apresente o espaço de resultados.
(b) Determine a probabilidade de a soma ser um múltiplo de 4.
(c) Determine a probabilidade de a soma ser superior ou igual a 10.

FIM DA PROVA

COTAÇÕES

Pergunta	Cotação (0 a 20 valores)
1	1,0
2	1,0
3	1,0
4	1,0
5	1,0
6	1,0
7a	0,3
7b	0,3
7c	0,3
7d	0,3
7e	0,3
8	1,5
9	1,5
10	1,5
11	1,0
12	1,0
13	1,5
14	1,5
15	1,5
16	1,5
17a	1,0
17b	1,0
17c	1,0
18a	1,0
18b	1,0
18c	1,0

FORMULÁRIO

Derivadas	
Se x é uma variável:	Se f é uma função:
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}$	$(f^\alpha)' = \alpha f^{\alpha-1} \cdot f', \alpha \in \mathbb{R}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^f)' = e^f \cdot f'$
$(a^x)' = a^x \ln a, a \in \mathbb{R}^+$	$(a^f)' = a^f \cdot \ln a \cdot f', a \in \mathbb{R}^+$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin f)' = \cos f \cdot f'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos f)' = -\sin f \cdot f'$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$

Regras de derivação	
Soma	$(f + g)' = f' + g'$
Produto	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
Produto escalar	$(kf)' = kf', k \in \mathbb{R}$
Cociente	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Função composta	$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) g'(x)$

- Para $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$,
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
- $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
- $\sin(x + y) = \cos x \sin y + \cos y \sin x$
- $\sin(x - y) = \cos y \sin x - \cos x \sin y$

Alguns valores das funções trigonométricas

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\tan(x)$	x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\tan(x)$
1	0.017452	0.999848	0.017455	46	0.71934	0.694658	1.03553
2	0.034899	0.999391	0.034921	47	0.731354	0.681998	1.072369
3	0.052336	0.99863	0.052408	48	0.743145	0.669131	1.110613
4	0.069756	0.997564	0.069927	49	0.75471	0.656059	1.150368
5	0.087156	0.996195	0.087489	50	0.766044	0.642788	1.191754
6	0.104528	0.994522	0.105104	51	0.777146	0.62932	1.234897
7	0.121869	0.992546	0.122785	52	0.788011	0.615661	1.279942
8	0.139173	0.990268	0.140541	53	0.798636	0.601815	1.327045
9	0.156434	0.987688	0.158384	54	0.809017	0.587785	1.376382
10	0.173648	0.984808	0.176327	55	0.819152	0.573576	1.428148
11	0.190809	0.981627	0.19438	56	0.829038	0.559193	1.482561
12	0.207912	0.978148	0.212557	57	0.838671	0.544639	1.539865
13	0.224951	0.97437	0.230868	58	0.848048	0.529919	1.600335
14	0.241922	0.970296	0.249328	59	0.857167	0.515038	1.664279
15	0.258819	0.965926	0.267949	60	0.866025	0.5	1.732051
16	0.275637	0.961262	0.286745	61	0.87462	0.48481	1.804048
17	0.292372	0.956305	0.305731	62	0.882948	0.469472	1.880726
18	0.309017	0.951057	0.32492	63	0.891007	0.45399	1.962611
19	0.325568	0.945519	0.344328	64	0.898794	0.438371	2.050304
20	0.34202	0.939693	0.36397	65	0.906308	0.422618	2.144507
21	0.358368	0.93358	0.383864	66	0.913545	0.406737	2.246037
22	0.374607	0.927184	0.404026	67	0.920505	0.390731	2.355852
23	0.390731	0.920505	0.424475	68	0.927184	0.374607	2.475087
24	0.406737	0.913545	0.445229	69	0.93358	0.358368	2.605089
25	0.422618	0.906308	0.466308	70	0.939693	0.34202	2.747477
26	0.438371	0.898794	0.487733	71	0.945519	0.325568	2.904211
27	0.45399	0.891007	0.509525	72	0.951057	0.309017	3.077684
28	0.469472	0.882948	0.531709	73	0.956305	0.292372	3.270853
29	0.48481	0.87462	0.554309	74	0.961262	0.275637	3.487414
30	0.5	0.866025	0.57735	75	0.965926	0.258819	3.732051
31	0.515038	0.857167	0.600861	76	0.970296	0.241922	4.010781
32	0.529919	0.848048	0.624869	77	0.97437	0.224951	4.331476
33	0.544639	0.838671	0.649408	78	0.978148	0.207912	4.70463
34	0.559193	0.829038	0.674509	79	0.981627	0.190809	5.144554
35	0.573576	0.819152	0.700208	80	0.984808	0.173648	5.671282
36	0.587785	0.809017	0.726543	81	0.987688	0.156434	6.313752
37	0.601815	0.798636	0.753554	82	0.990268	0.139173	7.11537
38	0.615661	0.788011	0.781286	83	0.992546	0.121869	8.144346
39	0.62932	0.777146	0.809784	84	0.994522	0.104528	9.514364
40	0.642788	0.766044	0.8391	85	0.996195	0.087156	11.430052
41	0.656059	0.75471	0.869287	86	0.997564	0.069756	14.300666
42	0.669131	0.743145	0.900404	87	0.99863	0.052336	19.081137
43	0.681998	0.731354	0.932515	88	0.999391	0.034899	28.636253
44	0.694658	0.71934	0.965689	89	0.999848	0.017452	57.289962
45	0.707107	0.707107	1	90	1	0	

